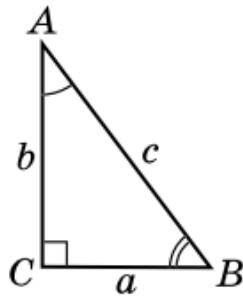


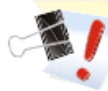
## Урок 1

### Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.

[Підручник](#) - Істер "Геометрія 8 клас", 2021 р.

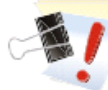
Розглянемо прямокутний трикутник  $ABC$  з прямим кутом  $C$ . Для гострого кута  $A$  катет  $BC$  є *протилежним катетом*, а катет  $AC$  - *прилеглим катетом*. Для гострого кута  $B$  катет  $AC$  є протилежним, а катет  $BC$  - прилеглим.



 **Синусом гострого кута прямокутного трикутника називають відношення протилежного катета до гіпотенузи.**

Синус кута  $A$  позначають так:  $\sin A$ . Отже,

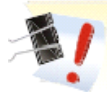
$$\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}, \quad \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}.$$

 **Косинусом гострого кута прямокутного трикутника називають відношення прилеглого катета до гіпотенузи.**

Косинус кута  $A$  позначають так:  $\cos A$ . Отже,

$$\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{b}{c}, \quad \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{c}.$$

Оскільки катети  $AC$  і  $BC$  менші від гіпотенузи  $AB$ , то синус і косинус гострого кута прямокутного трикутника менші за одиницю.

 **Тангенсом гострого кута прямокутного трикутника називають відношення протилежного катета до прилеглого.**

Тангенс кута  $A$  позначають так:  $\operatorname{tg} A$ . Отже,

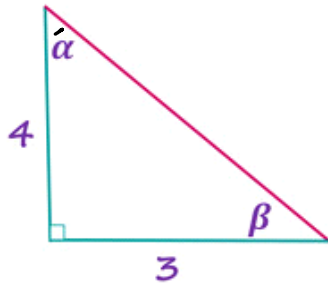
$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}, \quad \operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} = \frac{b}{a}.$$

**Якщо гострий кут одного прямокутного трикутника дорівнює гострому куту другого прямокутного трикутника, то синуси цих кутів рівні, косинуси цих кутів рівні й тангенси цих кутів рівні.**

Якщо гострий кут одного прямокутного трикутника дорівнює гострому куту другого прямокутного трикутника, то синуси цих кутів рівні, косинуси цих кутів рівні й тангенси цих кутів рівні.

Як ти гадаєш, чи залежить синус, косинус, тангенс кута від розмірів трикутника?

6. Чому дорівнюють синуси гострих кутів  $\alpha$  і  $\beta$  у прямокутному трикутнику на рис.?



Спочатку за теоремою Піфагора знайдемо гіпотенузу:

$$\sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

Або пригадаємо, що прямокутник з катетами 3 та 4 називається Єгипетським трикутником. Гіпотенуза такого трикутника дорівнює 5.

За означенням синуса, маємо:

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\sin \beta = \frac{4}{5} = 0,8$$

7. Чому дорівнюють тангенси гострих кутів  $\alpha$  і  $\beta$  у прямокутному трикутнику на рис.?

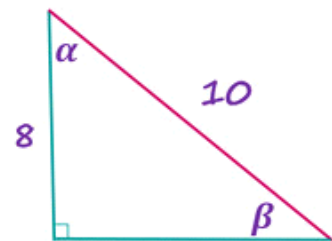
Спочатку за теоремою Піфагора знайдемо невідомий катет:

$$\sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$$

За означенням тангенса, маємо:

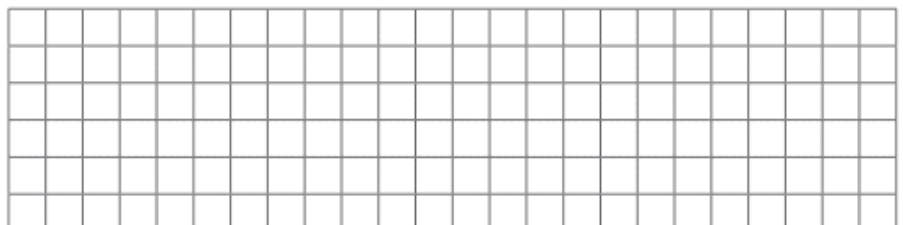
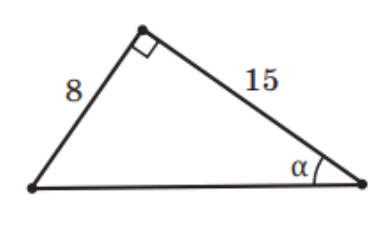
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$



Виконай завдання:

- Обчисли синус, косинус та тангенс кута  $\alpha$  поданого трикутника.

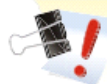


2. У прямокутному трикутнику  $ABC$  катет  $BC = 12$  см;  $\operatorname{tg} A = \frac{5}{6}$ . Обчисли довжину катета  $AC$ .

Виконай вправу:

[Синус, косинус, тангенс гострого кута](#)

**Співвідношення між сторонами та кутами прямокутного трикутника:**



1. Катет дорівнює гіпотенузі, помноженій на синус протилежного до нього кута або на косинус прилеглого:  $a = c \sin A = c \cos B$  та  $b = c \sin B = c \cos A$ .



2. Гіпотенуза дорівнює катету, поділеному на синус протилежного до нього кута або на косинус прилеглого:  $c = \frac{a}{\sin A} = \frac{a}{\cos B} = \frac{b}{\sin B} = \frac{b}{\cos A}$ .

3. Катет, протилежний до кута  $A$ , дорівнює добутку другого катета на тангенс цього кута:  $a = b \operatorname{tg} A$ .

4. Катет, прилеглий до кута  $A$ , дорівнює частці від ділення другого катета на тангенс цього кута:  $b = \frac{a}{\operatorname{tg} A}$ .

**Тригонометричні функції деяких кутів:**

| $A$                   | $30^\circ$                                | $45^\circ$                                | $60^\circ$           |
|-----------------------|---|---|----------------------|
| $\sin A$              | $\frac{1}{2}$                             | $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos A$              | $\frac{\sqrt{3}}{2}$                      | $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        |
| $\operatorname{tg} A$ | $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1   | $\sqrt{3}$           |

Виконаємо разом:

**740.** Обчисліть:

1)  $\sin 30^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ$ ;      2)  $\cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$ .

$$1) \sin 30^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{1}{2}.$$

$$2) \cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}.$$

Виконай завдання:

Обчисли  $5 \sin 30^\circ + 4 \cos 60^\circ$ .

Обчисли  $7 \sin 30^\circ - 2 \operatorname{tg} 45^\circ$ .

Обчисли значення виразу:

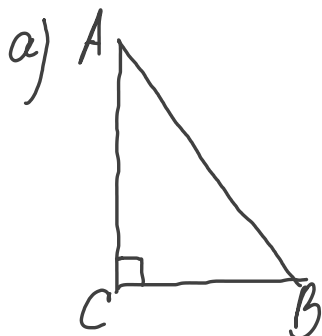
$$\frac{\sqrt{3}}{\operatorname{tg} 60^\circ}$$

Виконаємо разом:

**764.** Дано:  $\triangle ABC$   $\angle C = 90^\circ$ . Знайдіть:

а)  $AB$  і  $BC$ , якщо  $AC = 6$  см,  $\cos B = 0,8$ ;

б)  $AC$  і  $BC$ , якщо  $AB = 13$  см,  $\operatorname{tg} A = \frac{5}{12}$ .



Дано:  $\triangle ABC$ ;  $\angle C = 90^\circ$

$AC = 6$  см,  $\cos B = 0,8$

Знайти:  $AB$ ,  $BC$

Розв'язання

$$\cos B = \frac{BC}{AB} = 0,8$$

$$BC = 0,8 AB$$

За т. Піфагора:

$$AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$6^2 = AB^2 - (0,8 AB)^2$$

$$36 = AB^2 - 0,64 AB^2$$

$$36 = 0,36 AB^2$$

$$AB^2 = 36 : 0,36$$

$$AB^2 = 100$$

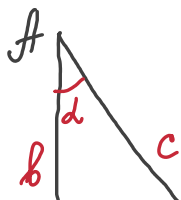
$$AB = 10 \text{ (см)}$$

$$BC = 0,8 \cdot 10 = 8 \text{ (см)}$$

Відповідь: 10 см, 8 см.

Виконаємо разом:

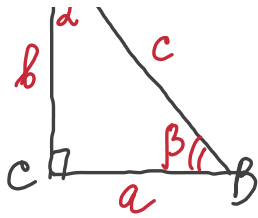
У прямокутному трикутнику  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ )  $a = 6$  см,  $\alpha = 72^\circ$ . Знайди  $b$ ,  $c$  та кут  $\beta$ .



Дано:  $\triangle ABC$ ;  $\angle C = 90^\circ$

$a = 6$  см,  $\alpha = 72^\circ$

Знайти:  $b$ ,  $c$ ,  $\angle \beta$



$$u = 0 \text{ см}, d = \text{та}$$

Знайти:  $b, c, \angle \beta$

Розв'язання

$$\angle \beta = 90^\circ - \angle \alpha = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{6}{\sin 72^\circ} \approx \frac{6}{0,951} \approx 6,31 \text{ (см)}$$

$$b = a \cdot \tan \beta = 6 \cdot \tan 18^\circ \approx 6 \cdot 0,325 \approx 1,95 \text{ (см)}$$

Відповідь: 1,95 см, 6,31 см,  $18^\circ$ .

Розв'язи самостійно:

Сторони прямокутника дорівнюють 3 см і  $\sqrt{3}$  см. Знайди кут, який утворює діагональ із більшою стороною. (2 бали)

**Домашнє завдання:**

Опрацювати параграф 20, виконати вправи 741, 747, 765.

**Додаткове завдання:**

Сторони прямокутника дорівнюють 3 см і  $\sqrt{3}$  см. Знайди кут, який утворює діагональ із меншою стороною. (2 бали)

У прямокутному трикутнику  $ABC (\angle C = 90^\circ)$   $b = 8$  см,  $\alpha = 40^\circ$ . Знайди  $a, c$  та кут  $\beta$ .